INFORME ACADÉMICO

2da. EMALCA-Colombia, Barranquilla 2013

http://www.emalcacolombia.co

Este año, gracias a la colaboración del Centro Internacional de Mathematique Pures et Apliques (CIMPA) y a la Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA), la EMALCA-Colombia 2013 se realizó en las instalaciones de la Universidad del Atlántico, en la ciudad de Barranquilla del 12 al 24 de Agosto. Siguiendo los lineamientos de la UMALCA el presente informe académico recoge las principales incidencias a lo largo de la realización del referido evento.

El comité científico de esta edición de la EMALCA-Colombia estuvo conformado por:

Rafael Labarca, Universidad de Santiago de Chile.
Francisco Marcellán, Universidad Carlos III de Madrid, España.
Alfonso Castro, Harvey Mudd College. Claremont-California, EEUU.
Jorge Cossio Betancur, Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Venezuela.

Mientras que la Organización de la Escuela estuvo a cargo del siguiente Comité:

Julio César Romero Pabón, Universidad del Atlántico, Colombia.
José de La Hoz, Universidad Simón Bolívar, Colombia.
Profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Atlántico.

Estando la coordinación de este Comité a cargo de:
Jorge Rodríguez Contreras, Universidad del Atlántico, Colombia.
Alejandro Urieles Guerrero, Universidad del Atlántico, Colombia - Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

Sobre los cursos impartidos

A continuación presentamos un breve resumen de los cursos impartidos durante la EMALCA-Colombia 2013. Para cada curso, a excepción del Curso I, fue editado un libro con su correspondiente ISBN.

Curso I: Introducción al Estudio de Problemas de Frontera para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Alfonso Castro. Department of Mathematics. Harvey Mudd College. Claremont, CA 91711. E-mail: castro@g.hmc.edu.
URL: www.math.hmc.edu/~castro

Resumen:

Utilizando conceptos básicos de análisis matemático se demuestran varias propiedades de existencia, unicidad y dependencia continua de soluciones a problemas de valor inicial regulares y singulares. Se demuestra la aplicabilidad de esos resultados para establecer existencia de soluciones para problemas de frontera tanto de ecuaciones diferenciales ordinarias como de soluciones radiales para ecuaciones diferenciales elípticas.

Objetivos:

- Entender el papel de la completitud en espacios métricos para la existencia de puntos fijos.
- Aprender a utilizar el teorema de valor intermedio para encontrar soluciones a problemas de frontera.
- Comprender el uso de la energía y la identidad de Pohozaev.
- Lectura independiente de artículos recientes.

Contenido:

1. Espacios métricos y el principio de contracciones.

2. Existencia, unicidad y dependencia continua de soluciones de ecuaciones diferenciales regulares y singulares.

3. El método de energía.

4. El método del disparo.

5. Soluciones radiales a problemas elípticos.

Evaluación:

El curso se evaluará en base a la participación en clase y un reporte sobre la lectura de un artículo reciente.

Requisitos para los participantes:

Cursos básicos en ecuaciones diferenciales ordinarias, análisis matemático y álgebra lineal.

Referencias

[1] J. F. Caicedo, A. Castro, Ecuaciones semilineales con espectro discreto, publicación de la Universidad Nacional de Colombia (2012).
[2] A. Castro, R. Shivaji, Non-negative solutions for a class of nonpositone problems, Proc. Royal Soc. Endinburg Sect. A **108** (1988), No. 8, 291-302.
[3] D. Joseph, T. Lundgren, Quasilinear Dirichlet problems driven by positive sources, Arch. Rational Mech. Anal. **49** (1973), 241-269.
[4] W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, Third Edition, McGraw Hill.

Curso II: Aproximación Polinomial y Ortogonalidad Estándar sobre la recta

Yamilet Quintana. Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas. Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
E-mail: yquintana@usb.ve.

Resumen:

En la actualidad podemos abordar la teoría de aproximación de funciones desde las dos corrientes que se encargan de estudiarla: la cualitativa y la cuantitativa. La primera tiene como objetivo encontrar las condiciones necesarias para poder aproximar dada una noción de cercanía sobre cierto espacio X de funciones- y determinar las características de la función aproximante. La segunda, en cambio, se ocupa de encontrar algún aproximante a distancia menor que una cota prefijada, dada la existencia de la función aproximante.

Este es un curso de carácter introductorio a través del cual se pretende, en primer lugar, que el participante comprenda el carácter de cada una de estas corrientes, haciendo énfasis en la primera de ellas, cuando el espacio X es el espacio de los polinomios con coeficientes reales. En segundo lugar, se pretende estudiar las propiedades algebraicas y analíticas de las familias de polinomios ortogonales estándar sobre la recta, tema que ha resurgido en las últimas décadas y en el cual se ha venido realizando -desde diferentes contextos- un intenso trabajo de investigación.

Objetivos:

- Estudiar, de manera general, algunos resultados y métodos clásicos de aproximación de funciones a variable real.
- Presentar propiedades algebraicas y analíticas de las familias de polinomios ortogonales estándar sobre la recta.
- Presentar distintas nociones de convergencia de desarrollos de series de Fourier de sistemas de polinomios ortogonales estándar, en particular los asociados a medidas soportadas en intervalos compactos.

Contenido:

1. Nociones básicas. Espacios métricos, espacios normados y espacios producto interno definiciones y ejemplos. Convexidad, existencia y unicidad de la mejor aproximación. Ejercicios propuestos.

2. Aproximación polinomial. Aproximación por polinomios de Chebychev y por otras familias de polinomios. Interpolación. Teorema de Weierstrass. Aproximación por funciones continuas. Desigualdades de Markov y Bernstein y algunas de aplicaciones en aproximación polinomial. Ejercicios propuestos.

3. Aproximación por el método de mínimos cuadrados. Sistemas de polinomios ortogonales estándar sobre la recta real y sus principales propiedades algebraicas y analíticas. Polinomios ortogonales asociados a la clase de Nevai $M(0,1)$ y a la clase de Levin-Lubinsky $\hat{W}$. Convergencia de desarrollos ortogonales y convergencia uniforme. Una clase particular de polinomios no estándar: polinomios ortogonales de Sobolev, caso continuo. Ejercicios propuestos.

4. Desarrollos Fourier de sistemas ortogonales de polinomios en [-1; 1]. El ingenioso método de descomposición de Harry Pollard.

Evaluación:

El 100% de la evaluación del curso corresponderá a la entrega de problemas asignados y estará distribuido de la forma siguiente, tres grupos de problemas con ponderaciones de 40%, 30% y 30%, respectivamente. El curso será aprobado con la entrega de por lo menos 65% de los problemas asignados.

Requisitos para los participantes:

Álgebra lineal, análisis matemático y/o topología de espacios métricos.

Referencias

[1] E. W. Cheney, Introduction to Approximation Theory. International Series in Pure and Applied Mathematics, 1996.

[2] T. S. Chihara, An Introduction to Orthogonal Polynomials. Gordon and Breach, Science Publishers, Inc. New York, 1978.

[3] G. Freud, Orthogonal Polynomials. Akademiai Kiado/Pergamon Press, Budapest, 1971.

[4] G. López-Lagomasino, H. Pijeira, Polinomios Ortogonales. XIV Escuela Venezolana de Matematicas. Ediciones IVIC. Caracas, Venezuela, 2001.

[5] I. López, Y. Quintana, Algunos temas especiales en Teora de Aproximacion. VIII Talleres de Formacion Matematica, TForMa. Editoriales Radoca. Cumana, Venezuela, 2007.

[6] G. G. Lorentz, Approximation of Functions. Chelsea Publishing Company, (2nd ed.), New York, 1986.

[7] G. G. Lorentz, M. v.Golitschek, Y. Makovoz Constructive Approximation. Advanced Problems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996.

[8] D. S. Lubinsky, Weierstrass' theorem in the twentieth century: a selection. Quaestiones Mathematicae (1995), 91-130.

[9] D. S. Lubinsky, A survey of weighted polynomial approximation with exponential weights. Surveys in Approximation Theory, 3 (2007), 1-105.

[10] F. Marcellán, Y. Quintana, Polinomios ortogonales no-estándar. Propiedades algebraicas y analíticas. XXII Escuela Venezolana de Matematicas. Ediciones IVIC. Caracas, Venezuela, 2009.

[11] L. Nachbin, Elements of Approximation Theory. D. Van Nostrand Company Inc., New York, 1967.

[12] A. Pinkus, Density in Approximation Theory. Surveys in Approximation Theory, 1 (2005), 1-45.

[13] G. Szegö, Orthogonal Polynomials. Coll. Publ. Amer. Math. Soc. 23, (4th ed.), Providence, R.I., 1975.

Curso III: Introducción al Estudio de las Geodésicas en Superficies

Rafael Oswaldo Ruggiero. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.
E-mail: rafael.o.ruggiero@gmail.com.

Motivación y objetivos:

El objetivo del curso es demostrar resultados básicos e importantes de la teoría de las geodésicas en superficies que no se mencionan normalmente en los cursos regulares de geometría. El minicurso tendría dos partes. La primera tratará geodésicas en superficies del espacio Euclidiano, donde es posible transmitir una intuición física y geométrica más palpable de estos objetos. El resultado principal de esta primera parte es el siguiente: una superficie en el espacio Euclidiano cuyas geodésicas son todas curvas planas es de hecho un subconjunto de una esfera redonda o de un plano. Las herramientas necesarias para demostrar este resultado provienen del cálculo diferencial a varias variables. Esta primera parte del minicurso es elemental y profunda al mismo tiempo, muestra de forma eficaz el alcance del cálculo en geometría. La segunda parte tratara de geodésicas en superficies abstractas, con la propiedad de ser globalmente minimizantes (el equivalente variacional en superficies Riemannianas de las rectas euclideanas y las geodésicas hiperbólicas).

Se expodrán ejemplos diferentes al plano Euclidiano de superficies que posseen estas geodésicas: plano hiperbólico y superficies de revolución en el toro. El objetivo final de esta segunda parte seria demostrar el famoso resultado de Hedlund: el levantamiento en el recubrimiento universal de toda geodésica globalmente minimizante de una métrica Riemanniana en el toro es sombreada por una recta Euclideana en el plano. Esta segunda parte es más avanzada, algunas nociones de topología previas (recubrimiento universal, grupo fundamental) facilitarían la comprensión del contenido. Este célebre trabajo de Hedlund de 1938, inspirado en un trabajo anterior de Morse de 1924 en el contexto de superficies de género superior a es el germen de lo que hoy se llama teoría de Aubry-Mather en dinámica conservativa.

Contenido:

Primera parte: Demostración del siguiente resultado:

Teorema: Si toda geodésica de una superficie diferenciable conexa es una curva plana entonces la superficie es un subconjunto de un plano o de una esfera de curvatura constante.

1. Repaso de las definiciones fundamentales de la teoría de las superficies en el espacio Euclideano: superficies parametrizadas, diferenciabilidad en superficies, plano tangente, campo normal, aplicación normal de Gauss.

2. Derivación covariante en superficies, geodésicas desde el punto de vista de la mecánica clásica y desde el punto de vista variacional. Identificación de geodésicas en superficies con simetrías, superficies de revolución.

3. Operadores de forma: aplicación de Weingarten, segunda forma fundamental, curvatura de curvas en una superficie, curvatura Gaussiana, líneas de curvatura, puntos umbílicos. Curvatura de superficies de revolución.

4. Demostración del siguiente resultado: si todas las geodésicas de una superficie que pasan por un punto x son curvas planas, entonces la recta normal a la superficie por x es un eje de revolución para la misma. Además, el punto x es un punto umbílico de la superficie.

5. Caracterización de la superficies totalmente umbílicas: son subconjuntos de planos o esferas de curvatura constante. La demostración del teorema principal es consecuencia de estas dos últimas afirmaciones.

Segunda parte: Demostración del siguiente resultado:

Teorema: (Hedlund, 1938) Dada una métrica Riemanniana en el toro existe una constante $C > 0$ tal que cada levantamiento en el recubrimiento universal de una geodésica globalmente minimizante de dicha métrica esta contenido en la vecindad tubular de una recta Euclideana (que depende de la geodésica).

1. Definición de superficie diferenciable abstracta, ejemplos, métricas Riemannianas en superfícies.

2. Fórmula de la primera variación, geodésicas en superficies Riemannianas, ejemplos: plano hiperbólico.

3. Recubrimiento universal, espacio cociente, grupo fundamental, ejemplos.

4. Geodésicas minimizantes entre pares de puntos y geodésicas globalmente minimizantes, ejemplos: rectas, geodésicas en el plano hiperbólico y en toros de revolución.

5. Completitud del conjunto de geodésicas globalmente minimizantes, direcciones asintóticas de curvas en el plano Euclidiano, construcción de geodésicas hiperbólicas. Geodésicas globalmente minimizantes en toros de revolución.

6. Propiedades de intersección entre geodésicas globalmente minimizantes, lema del atajo (shortcut) y consecuencias: geodésicas cerradas globalmente minimizantes son curvas simples, dos geodésicas globalmente minimizantes no se intersectan em más de un punto, construcción variacional de geodésicas heteroclínicas.

Evaluación:

Se realizará una evaluación al final del curso.

Requisitos para los participantes:

Para la primera parte del curso es apenas necesario haber cursado cálculo en varias variables y ecuaciones diferenciales ordinarias. Para la segunda parte del curso es conveniente alguna familiaridad con geometría Riemanniana básica de superficies y con el concepto de recubrimiento universal, aunque lo mínimo necesario para entender la exposición será explicado en las charlas.

Referencias

[1] Apostol. T. Calculus Vol. 2, Multi-variable calculus and linear algebra with applications to dierential equations probability .Second Edition, John Wiley & Sons, 1969.
[2] Bangert, V. Mather sets for twist maps and geodesics on tori. Dynamics reported, vol. 1, 1-56 (1988) Dynamical Systems and applications, 1, Wiley, Chichester.
[3] Hicks, N. Notas de geometria diferencial. Van Nostrand Mathematical Studies n. 3, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1965.
[4] Massey, W. S. A basic course in algebraic topology. Graduate texts in Mathematics, vol. 127. Springer-Verlag, 1991.
[5] Ruggiero, R. On the generic nonexistence of rational geodesic foliations in the torus, Mather sets and Gromov hyperbolic spaces. Boletim da Sociedade Brasileira de Matematica, vol. 31, 1, (2000) 93-111.

Curso IV: Una Introducción a la Geometría Fractal

Neptalí Romero. Departamento de Matemáticas. Decanato de Ciencias y Tecnología. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela.
E-mail: nromero@ucla.edu.ve.

Resumen:

La Geometría fractal pudiese ser definida, muy informalmente, como la disciplina que se encarga del estudio de propiedades topológicas y geométricas de conjuntos y medidas "*autosimilares*", entendiéndose la autosimilaridad como aquella propiedad que tienen algunos objetos cuyo todo es igual, o aproximadamente igual, a partes de sí mismo. El término fractal fue introducido por Benoit Mandelbrot (1924-2010) a mediados de la década de 1970 cuando propuso una definición tentativa de conjunto fractal, concepto que él mismo no consideró del todo satisfactorio pues deja de un lado una amplia gama de conjuntos con estructura geométrica fracturada, que es el significado de la palabra latina *fractus*. Desde entonces esta joven geometría ha logrado un notable auge y divulgación debido a su uso para modelar una gran variedad de importantes fenómenos en diversas áreas que van desde la economía, pasando por la propia matemática y la medicina; es por tanto una de las tantas disciplinas, cuyo origen puramente matemático se remonta a finales del siglo XIX e inicios del XX, que hacen presencia en muchas aplicaciones de diversas ciencias.

Este es un curso introductorio sobre Geometría fractal, es un curso de matemáticas, no trata de como aparecen los fractales en la naturaleza, ni tampoco como dibujar fractales haciendo uso del computador, aunque esto último es una herramienta fundamental para visualizar las intrincadas formas fractales. Se hará en los sistemas iterativos de funciones, y sobre esa base se introducirán nociones y propiedades de sistemas dinámicos discretos de algunos conceptos de dimensión fractal.

Objetivos:

El curso tiene por finalidad proveer importantes conceptos y resultados básicos relacionados con la Geometría fractal. Se hará en los sistemas iterativos de funciones como herramienta para la construcción de conjuntos con estructura fractal. Se presentarán ideas elementales de algunos conceptos de dimensión fractal (dimensión caja y de Hausdorff). Se introducirán algunas nociones sobre sistemas dinámicos discretos con el objeto de estudiar algunas propiedades dinámicas sobre ciertos conjuntos fractales, en especial los obtenidos mediante sistemas iterativos de funciones.

Contenido:

1. Revisión de espacios métricos: completitud, compacidad, conexidad. Métrica de Hausdorff y el espacio de los fractales.

2. Sistemas iterativos de funciones y sus atractores. Concepto, propiedades y ejemplos. El juego del caos y algoritmo determinista.

3. Espacio de códigos. Sistemas dinámicos simbólicos y su relación con códigos en atractores de sistemas iterativos de funciones.

4. Nociones y propiedades elementales de algunos conceptos de dimensión fractal: dimensión por conteo de caja y dimensión de Hausdorff.

Evaluación:

Se realizará una evaluación tradicional al final del curso.

Requisitos para los participantes:

Aunque el curso será autocontenido, es recomendable cierta madurez matemática: conocimientos de espacios métricos y principios básicos de análisis matemático.

Referencias

[1] M. Bransley. Fractals Everywhere, Second Edition. AP Proffesional (1993).
[2] G. A. Edgar. Measure, Topology and Fractal Geometry. Undergraduate texts in Mathematics. Springer-Verlag. (1990).
[3] B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature. W. H. Freeman and Company, New York. (1983).
[4] K. Falconer. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. John Wiley & Sons, Inc. (1999).

Sobre las conferencias plenarias

La Conferencia Inaugural se realizó en El Teatro José Consuegra Higgins de la Universidad Simón Bolívar, Colombia. Se tituló *La intuición y el pensamiento analítico: los conjuntos de números enumerables y los números reales.* Estuvo a cargo del Profesor **Rafael Labarca** de la Universidad de Santiago de Chile, y su propósito fue mostrar las diferencias entre el pensamiento intuitivo y el analítico vía el ejemplo de la construcción de sistemas numéricos. Ni mucha intuición que nos engañe ni demasiado análisis que nos pueda atemorizar en el avance del pensamiento creativo matemático.

Contó aproximadamente con 110 asistentes.

Hubo otras seis conferencias plenarias a lo largo del evento, cuyos resúmenes presentamos a continuación.

Plenaria N° 1
Rafael Labarca, Universidad de Santiago de Chile.
Título: Teoría de Sistemas Dinámicos: ¿Qué es eso?

Resumen: El propósito de la conferencia es introducir al auditor en la Teoría de los sistemas dinámicos deterministas.

Plenaria N° 2
José Manuel Rodríguez, Universidad Carlos III de Madrid, España.
Título: Sobre la Estructura Geométrica de las Superficies Riemannianas.

Resumen: En esta conferencia mostraremos el principal teorema de [2]: es posible descomponer toda superficie Riemanniana (completa y orientable) como la unión de solamente tres tipos de piezas o bloques básicos (cuya frontera es unión de geodésicas), dando una precisa descripción tanto de la sencilla estructura de dichas piezas como de la forma en que pueden "pegarse" para construir la superficie. Curiosamente, si se elimina la hipótesis de que la frontera de las piezas sea unión de geodésicas, entonces la superficie puede descomponerse como unión de solamente dos tipos de piezas (ver [1]).

Referencias

[1] Alvarez, V., Rodríguez, J. M. (2004), Structure theorems for Riemann and topological surfaces. J. London Math. Soc. **69**, 153-168.

[2] Portilla, A., Rodríguez, J. M., Tourís, E. (2012), Structure Theorem for Riemannian surfaces with arbitrary curvature. Math. Z. **271**, 45-62.

Plenaria N° 3
José Manuel Rodríguez, Universidad Carlos III de Madrid, España.
Título: Superficies con curvatura negativa y sus geodésicas.

Resumen: José L. Fernández y María V. Melián en su artículo [1], publicado en Acta Mathematica, probaron que dada una superficie de Riemann R con área infinita y curvatura constante -1, y un punto p en R, el conjunto de direcciones v tales que la geodésica que parte de p con dirección v escapa a infinito (es decir, abandona eventualmente todo compacto de la superficie) tiene dimensión de Hausdorff 1. Este tipo de resultados se traduce en otros interesantes sobre el comportamiento radial de funciones holomorfas del disco unidad en la superficie R. En este trabajo mostraremos el resultado equivalente para superficies de curvatura negativa variable (ver [2]). Una de las consecuencias más hermosas de este teorema sobre geodésicas que escapan es la siguiente: en superficies con curvatura negativa el "azar" es equivalente a la "necesidad" (hay muchos caminos aleatorios que escapan a infinito si y sólo si hay muchas geodésicas que escapan a infinito); esto es falso para superficies con curvatura no-negativa. El concepto de hiperbolicidad en el sentido de Gromov aisla en cierto sentido las propiedades esenciales de las variedades con curvatura negativa y por ello juega un importante papel en la prueba del teorema.

Referencias

[1] Fernández, J. L., Melián, M. V. (2001), Escaping geodesics of Riemannian surfaces. Acta Math. **187**, 213-236.
[2] Melián, M. V., Rodríguez, J. M., Tourís, E. (2013), Escaping geodesics in Riemannian surfaces with variable negative curvature. Enviado para su publicación.

Plenaria N° 4
Primitivo Acosta-Humánez, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.
Título: Métodos Galoisianos en Ecuaciones Diferenciales.

Resumen: En esta conferencia haremos un breve recorrido por la teoría de Galois para ecuaciones diferenciales. Comenzaremos haciendo un paralelo entre la teoría de Galois

clásica y la versión diferencial establecida por Picard y Vessiot (véase [1; 9]). Seguidamente se presentarán algoritmos que permiten resolver ecuaciones diferenciales tales como el algoritmo de Kovacic y la algebrización (ver [1; 2; 6]), los cuáles se basan en los grupos de Galois de tales ecuaciones. Se finalizará presentando algunas aplicaciones de la teoría de Galois diferencial en sistemas dinámicos y en física matemática (ver [1; 3; 4; 5; 6; 7; 8]).

Referencias

[1] Acosta-Humánez, P., Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics. The integrability analysis of the Schrodinger equation by means of dierential Galois theory, VDM Verlag, Dr Müler, Germany, 2010.

[2] Acosta-Humánez, P. La teora de Morales-Ramis y el algoritmo de Kovacic, Lecturas Matematicas, Volumen Especial 21-56, 2006.

[3] Acosta-Humánez, P. Nonautonomous Hamiltonian Systems and Morales-Ramis Theory I. The Case x = f(x; t), SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, vol. 8, 279-297, 2009. 10

[4] Acosta-Humánez, P. and Blazquez-Sanz, D., Non-Integrability of some hamiltonian systems with rational potentials. Disc.Cont. Dyn. Sys. Series B, vol. 10 265-293, 2008.

[5] Acosta-Humánez, P., Lazaro-Ochoa, J.T., Morales-Ruiz, J.J. and Pantazi, Ch. On the integrability of polynomial elds in the plane by means of Picard-Vessiot theory, Preprint: http://arxiv.org/abs/1012.479.

[6] Acosta-Humánez, P., Morales-Ruiz, J.J. and Weil, J.-A., Galoisian Approach to integrability of Schrödinger Equation, Reports on Mathematical Physics, vol. 67, No. 3, 305-374, 2011.

[7] Acosta-Humánez, P and Pantazi, Ch., Darboux Integrals for Planar Vector Fields via Darboux Transformations, Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications, vol. 8, 043, 26 pages.

[8] Morales-Ruiz, J.J., Diferential Galois Theory and Non-integrability of Hamiltonian Systems, Progress in Mathematics 179, Birkhäuser, 1999.

[9] Van der Put, M. and Singer, M., Galois Theory in Linear Dierential Equations, Springer Verlag, New York, 2003.

Plenaria N° 5
Dra. Carmen Judith Vanegas, Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
Título: Estructuras Algebraicas en Ecuaciones Diferenciales Parciales Relacionadas con el Análisis Complejo en Dimensiones Mayores.

Resumen: El concepto de álgebras de Clifford generaliza el cuerpo de los números complejos. Partiendo de este hecho se puede conseguir una generalización de los métodos del análisis complejo a dimensiones mayores. Esta generalización recibe el nombre de análisis de Clifford. Usando álgebras de Clifford se puede definir el operador D de Cauchy-Riemann en el espacio R^{n+1}, entonces la ecuación de Cauchy-Riemann Du=0 define así las llamadas funciones monogénicas que corresponden a las funciones holomorfas en el plano complejo.

Las álgebras de Clifford usuales están definidas por las relaciones de estructuras

$$e_j^2 = -1 \text{ for each } j = 1,\ldots,n \text{ and } e_i e_j + e_j e_i = 0 \text{ if } i \neq j .$$

Esas relaciones implican que una funcion monogénica es una solución de la ecuación de Laplace. Reemplazando las estructuras anteriores por

$$e_j^2 = \alpha_j \text{ for each } j = 1,\ldots,n \text{ and } e_i e_j + e_j e_i = \gamma_{ij} \text{ if } i \neq j .$$

El álgebra resultante depende de los parámetros j and ij . En este caso las ecuaciones diferenciales para funciones monogénicas dependen también de esos parámetros. Si los parámetros son funciones de la variable espacial x, entonces los coeficientes de las correspondientes ecuaciones diferenciales son en general no constantes (mientras que en el análisis de Clifford clásico los coeficientes son constantes).

La charla tratará con las álgebras tipo Clifford dependiendo de parámetros y algunos resultados recientes del correspondiente análisis de Clifford.

Algunos ejemplos y resultados mostrarán que las álgebras tipo Clifford dependiendo de parámetros pueden cubrir ecuaciones diferenciales parciales más generales que lo que es posible en el contexto del análisis de Clifford clásico.

Referencias

[1] Ariza E., Vanegas C.J., Teorema de extension para funciones multi-monogenicas en algebras parametrizadas, Boletn de la Asociacion Matematica Venezolana, Vol. XVIII, No. 1, pp. 5-17, 2011.
[2] Bolívar Y., Vanegas C.J., Initial value problems in Cliord-type analysis, Complex Variables and Elliptic Equations, DOI: 10.1080/17476933.2012.697458, 2012.
[3] Di Teodoro A., Vanegas C.J., Fundamental solutions for the rst order metamonogenic operator, Advances and applied Cliord algebras, vol. 22, No. 1, pp. 49-58, 2012.
[4] Tutschke W., Vanegas C.J., Cliord Algebras Depending on Parameters and their Applications to Partial Dierential Equations, contained in Some Topics and Dierentiability in Complex and P-adic Analysis. Science Press, Beijing, pp. 430-450, 2008.
[5] Tutschke W., Vanegas C.J., General algebraic structures of Cliord type and Cauchy-Pompeiu formulae for some piecewise constant structure realtions, Advances and applied Cliord algebras, vol.21, No. 4, pp. 829-838, 2011.
[6] Vanegas C.J., A survey on the structures of Cliord-type and applications to partial dierential equations, contained in Algebraic structures in partial dierential equations related to complex and Cliord analysis. Ho Chi Mihn City University of Education Press, Ho Chi Mihn City, pp. 107-118, 2010.

Plenaria N° 6

Herbert Dueñas, Universidad Nacional de Colombia. Sede Bogotá.

Título: Sobre Perturbaciones de Polinomios Ortogonales en Varias Variables.

Resumen: Se hace una pequeña presentación de algunas perturbaciones de funcionales lineales asociados a polinomios ortogonales en una variable y se extienden estas perturbaciones a sucesiones de polinomios ortogonales de varias variables. En particular, se presenta una perturbación de tipo Sobolev a funcionales lineales asociados a sucesiones de polinomios de varias variables, las cual se obtiene al adicionar a una medida μ la evaluación del gradiente de orden j en un punto fijo. Se presenta una fórmula de conexión entre los polinomios ortogonales de varias variables asociados a la medida μ y los polinomios perturbados.

Referencias

[1] H. Dueñas, F. Marcellán, The Laguerre-Sobolev-type orthogonal polynomials. J. Approx. Theory **162** (2010). Pag 421-440.

[2] C. Dunkl, Y. Xu, Orthogonal polynomials of several variables, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. **81** (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2001).

[3] M. Mello, V. Paschoa, T. Perez, M. Piñar, Multivariate Sobolev-type orthogonal polynomials. Jaen J. Approx. **3** (2) (2011), Pag 241-259.

Distribución de las actividades del evento

Semana 1

Cursos: I y III.

Plenarias: Conferencia Inaugural, Plenarias N°1,2 y 3.

Actividad Especial:

Para la Semana 1, la actividad especial fue un Conversatorio sobre las oportunidades de estudio en los programas de postgrado de cada una de las instituciones de adscripción de los profesores de los cursos y conferencistas invitados.

Conversatorio EMALCA-Colombia 2013.

Cada profesor dispuso de 10mins. aproximadamente para hacer una breve exposición sobre los programas de postgrado, las líneas de investigación y las posibilidades de financiamiento en sus instituciones con las que podrían contar potenciales candidatos a estos programas. El resto del tiempo fue dedicado a responder las preguntas y/o aclarar dudas de los participantes. En nuestro programa este conversatorio estuvo pautado para el día viernes de las 16:00 a las 17:30. (ver http://www.emalcacolombia.co/programa.html para otros detalles).

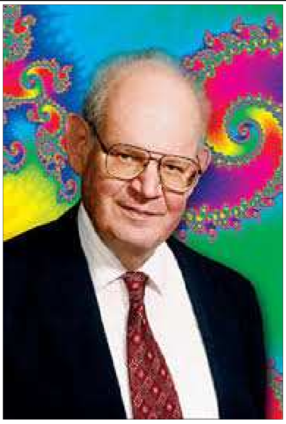
Semana 2

Cursos: II y IV.

Plenarias: Plenarias N°4,5 y 6.

Actividad Especial 2:

En la Semana 2 nos fuimos al "cine matemático", y la actividad especial fue la proyección del documental sobre la vida y el trabajo de Benoît *B. Mandelbrot*, titulada ***Hunting the Hidden Dimension*** (Michael Schwarz y Bill Jersey, 2008. NOVA / PBS). Este es un excelente documental sobre el fascinante mundo de los fractales. Con una calidad de producción inigualable, explora gráficamente a los fractales, lo que son y cuál es su intrincada naturaleza tanto en la Matemática como en el mundo que nos rodea, de viva voz de su descubridor y popularizador Benoît *Mandelbrot* (1924-2010), así como por otros (científicos o no) que han trabajado en el tema.



Benoît B. *Mandelbrot* (20 *de* noviembre *de* 1924- 14 *de* octubre *de* 2010).

En nuestro programa la proyección de esta película estuvo pautada para el día jueves de las 16:00 a las 17:30. (ver http://www.emalcacolombia.co/programa.html para otros detalles).

Sobre la participación en la EMALCA-Colombia 2013

Para dar un aproximado de la participación en la EMALCA-Colombia hemos tomado de nuestros controles de asistencia solamente a aquellos participantes que asistieron al 57.1% (cuatro sesiones de siete) de las clases en al menos un curso. Luego, el listado depurado de participación efectiva en la EMALCA-Colombia 2013 es el siguiente:

Nº	Participantes efectivos EMALCA-Colombia 2013
1	DIANA CAROLINA ROCA ARROYO
2	HERNAN CABRALES GONZÁLEZ

3	SONIA VALBUENA DUARTE
4	HENOCK VENEGAS
5	NICOLÁS RUEDA P.
6	ORLANDO VILLARREAL
7	ALVARO FARITH MUÑOZ FONSECA
8	JAIDER ENRIQUE BLANCO GAMARRA
9	STEFANNY RUIZ GONZÁLEZ
10	MELANY ECHEVERRÍA (BECADA-CIMPA)
11	PEDRO LUIS HERNANDEZ LLANOS
12	FEDERICO HERNANDEZ MAGGI (BECADO-CIMPA)
13	WILLIAM RAMÍREZ QUIROGA
14	ALVARO FARITH MUÑOZ FONSECA
15	SVETLANA IVANOVNA RUDNYKH
16	RAMON ANTONIO MATOS MAREÑO
17	ANTONIO CERVANTES TORRES
18	IVAN JOSE ROMERO POLO
18	LUDWING JOHANNES VILLA PORTACIO
20	LUIS GUILLERMO CORREA TORRES
21	ALVARO FARITH MUÑOZ FONSECA
22	JESÚS DE LA VEGA
23	RAMIRO PEÑAS GALEZ
24	KATERINE MUÑOZ SALAS
25	GERMÁN L. GÓMEZ ANGARITA
26	CRISTIAN GÓMEZ HERAZO
27	KIMBERLY ANDREA MARÍN TORRES
28	JUAN CARLOS SÁNCHEZ MOLINA

Sobre las metodologías de evaluación de cada Curso y los resultados de las evaluaciones

La forma de evaluación de los cursos de la EMALCA-Colombia fue variada (como muestra el presente informe o la propuesta de Escuela aprobada por la Comisión de EMALCAs). Algunos profesores trabajaron con la metodología tradicional de aplicación de pruebas, otros en cambio, prefirieron proponer como método de evaluación la entrega de ejercicios o ensayos.

En este apartado presentaremos los diferentes reportes sobre Evaluación entregados por los Profesores encargados de cada curso.

Curso I: Reporte del Prof. A. Castro:
En cuanto al curso que dicté, Problemas de Frontera para Ecuaciones Diferenciales, debo reportar que aproximadamente treinta personas (estudiantes o profesores) asistieron a cada charla. En cada clase se tomó asistencia y los correspondientes registros reposan en la dirección del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Atlántico. Quiero también presentar los nombres de un pequeño grupo de estudiantes que mostraron mucho interés en el curso y deseos de continuar estudios de postgrado.

Estos estudiantes son:
Diana Carolina Roca Arroyo
Álvaro Farith Muñoz Fonseca
Hernan Cabrales González
Luis Guillermo Correa Torres
Henock Venegas
Jesús de la Vega
Juan Carlos Sánchez Molina
Jaider Enrique Blanco Gamarra

Creo que hay mucho potencial y que la EMALCA cumplió su cometido.

Curso II: Reporte de la Prof. Y. Quintana:

Fue destacado el desempeño de los siguientes alumnos (ordenados según cantidad y calidad de los bloques de ejercicios entregados):

Álvaro Farith Muñoz Fonseca
Melany Echeverría

Otros participantes con un desempeño promedio que también entregaron parte del bloque de los ejercicios asignados fueron:

Jaider Enrique Blanco Gamarra
Federico Hernández-Maggi
Wlliam Ramírez Quiroga
Antonio Cervantes Torres

Curso III: Reporte del Prof. R.O. Ruggiero:

La aplicación de la prueba de este curso estaba pautada para el día Sábado de la Semana 1 (ver http://www.emalcacolombia.co/programa.html para otros detalles). Aunque inicialmente un alumno de este curso manifestó que tomaría la prueba, finalmente no se presentó a la misma.

Curso IV:

Nota: El Profesor N. Romero cambió su evaluación de aplicación de prueba a entrega de ejercicios propuestos en su primera clase.

Reporte del Prof. N. Romero:

Inicialmente se había pensado en realizar una evaluación tradicional: cuestionario corto para responder a algunas pocas preguntas básicas sobre el temario del curso. A la luz de la experiencia observada con el curso dictado por el Prof. Ruggiero, decidí asignar ejercicios en las clases que fuesen entregados el último día del evento. De los resultados recibidos, sólo dos estudiantes lograron un reporte, digamos que, satisfactorio: Diana Roca Arroyo y Álvaro Muñoz Fonseca.

Sobre el financiamiento de estudiantes

Se otorgó un número limitado de ayudas para asistir a la **EMALCA-Colombia 2013** a estudiantes provenientes de instituciones de países de la región (no colombianas). Para optar a estas ayudas los interesados hicieron su registro como participantes (sin incluir los campos relacionados a pago de inscripción) y escribieron una carta exponiendo sus motivos al Coordinador del Comité Organizador Prof. Alejandro Urieles antes del 30 de Junio. La carta debía incluir como adjuntos los siguientes documentos: constancia de inscripción en la institución respectiva y record de calificaciones actualizado. Para optar al financiamiento aplicaron cuatro estudiantes; dos de Venezuela, uno de Perú y uno de Honduras. Estos dos últimos aplicaron fuera del plazo establecido, por lo cual la organización sólo podía cubrirles Alojamiento+Dieta. Finalmente, no asistieron al evento. Mientras, que para los dos primeros se cubrió Movilidad+Alojamiento+Dieta.

Otros instrumentos utilizados durante la realización del evento: Encuesta de Percepción del participante de la EMALCA-Colombia 2013

El instrumento de valoración aplicado fue una encuesta de percepción que permitió a los participantes expresar opiniones acerca del desarrollo de las actividades del evento. La encuesta constó de 43 ítems o proposiciones, distribuidos en 6 variables de la siguiente manera: 5 ítems recogen datos para obtener la apreciación del participante sobre su preparación previa para los cursos (sólo dos cursos por encuesta), 9 ítems recogen datos para una visión genérica sobre la actuación del docente encargado del curso (sólo dos cursos por encuesta). Otros 7 ítems fueron considerados para recolectar información sobre el contenido divulgativo y el contenido técnico-especializado de las conferencias plenarias, y 4 estuvieron destinados a obtener opiniones sobre el desempeño del Comité Organizador. La encuesta se completa con 4 proposiciones sobre los medios de promoción del evento.

La ponderación asignada a cada proposición es del 1 (deficiente) al 5 (excelente) y se agregó una opción en caso que el estudiante considere que alguna de las características no se aplique (NA). Las variables consideradas en la encuesta fueron:

- **Preparación previa para los cursos.**
- **Desempeño del docente.**
- **Plenarias: Contenido divulgativo y técnico-especializado.**
- **Desempeño del Comité Organizador.**
- **Medios de información sobre la EMALCA-Colombia 2013.**

La encuesta de percepción fue aplicada en forma individual a 30 participantes del evento (80% de éstos participantes efectivos) y se anexa al presente documento.

Algunos de los datos arrojados por el referido instrumento de valoración son los siguientes:

Preparación previa para los cursos.

- 33.36% de los encuestados tomó el Curso I, de éstos un 45.4% valoró su preparación previa para el curso en 5.
- 50% de los encuestados tomó el Curso II, de éstos un 40% valoró su preparación previa para el curso en 5.
- 33.3% de los encuestados tomó el Curso III, de éstos un 40% valoró su preparación previa para el curso en 5. Sin embargo, ninguno de los participantes de ese curso tomó la evaluación del mismo.

- 33.36% de los encuestados tomó el Curso IV, de éstos un 18.1% valoró su preparación previa para el curso en 5.

Desempeño del docente.

El desempeño global del profesor, según el curso impartido fue valorado de la forma siguiente.

- El 100% de los encuestados que tomó el Curso I valoró el desempeño del profesor del curso en 5.
- El 100% de los encuestados que tomó el Curso II valoró el desempeño del profesor del curso en 5.
- El 50% de los encuestados que tomó el Curso III valoró el desempeño del profesor del curso en 5.
- El 90.9% de los encuestados que tomó el Curso IV valoró el desempeño del profesor del curso en 5.

Plenarias: Contenido divulgativo y técnico-especializado.

- Un 6.6% de los encuestados no asistió a las conferencias plenarias.
- El 46.6% de los encuestados valoró el contenido divulgativo de las conferencias plenarias en 5 y un 16.6% lo valoró en 4.
- El 43.3% de los encuestados valoró el contenido técnico-especializado de las conferencias plenarias en 5 y un 15% lo valoró en 4.

Desempeño del Comité Organizador.

- El 40% de los encuestados valoró el grado de satisfacción con respecto al desempeño global del Comité Organizador en 5. El 23.3% de los encuestados valoró el grado de satisfacción con respecto al desempeño global del Comité Organizador en 4.

Medios de información sobre la EMALCA-Colombia 2013.

- El 75% obtuvo información sobre el evento a través de la promoción de la Universidad del Atlántico (web site de EMALCA-Colombia 2013) y el web site de la UMALCA.

Universidad del Atlantico

Escuela de Matemática de América Latina y el Caribe
EMALCA - COLOMBIA 2013

Barranquilla, 12 al 24 de agosto de 2013

Anexo: Encuesta de Percepción del participante EMALCA-Colombia 2013

La siguiente encuesta tiene como objetivo recoger su opinión en algunos aspectos sobre la realización de la EMALCA- COLOMBIA 2013. Su opinión es muy valiosa para el comité organizador y nos servirá de insumo para mejorar la organización de próximas escuelas en la región del Atlántico Colombiano.

Instrucciones: Para cada uno de los siguientes ítems coloque su valoración marcando con una **X**, según la escala del 1 al 5 que aparece en la tabla. Siendo uno (1) la menor puntuación hasta cinco (5) la máxima puntuación. Marque N/A en el caso en que “No Aplica”.

Preparación para los cursos

Curso Nº:__________________________

A. Preparación previa para el curso.
B. Dedicación de tiempo y esfuerzo a este curso.
C. Contribución del curso a su formación como profesional.
D. Grado de dificultad del curso.
E. La densidad de contenidos es asimilable

Preparación para los cursos						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
A						
B						
C						
D						
E						

Curso Nº:__________________________

A. Preparación previa para el curso.
B. Dedicación de tiempo y esfuerzo a este curso.
C. Contribución del curso a su formación como profesional.
D. Grado de dificultad del curso.
E. La densidad de contenidos es asimilable.

Preparación para los cursos						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
A						
B						
C						
D						
E						

Desempeño del docente

Curso Nº __________.

Desempeño del docente						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
A						
B						
C						
D						
E						
F						
G						
H						
I						

A. Informó con precisión sobre el proceso de evaluación.

B. El profesor, expuso claramente el programa al inicio del curso.

C. Le dedicó el tiempo apropiado a cada tema del programa.

D. Desarrolló ordenadamente las actividades docentes.

E. Logró comunicarse efectivamente con el participante.

F. Indicó claramente la relación entre los temas del curso.

G. Motivó la búsqueda activa de conocimiento.

H. Estimuló la participación del participante en el proceso de aprendizaje.

I. Desempeño global del profesor.

Curso Nº_____________

Desempeño del docente						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
A						
B						
C						
D						
E						
F						
G						
H						
I						

A. Informó con precisión sobre el proceso de evaluación.

B. El profesor, expuso claramente el programa al inicio del curso.

C. Le dedicó el tiempo apropiado a cada tema del programa.

D. Desarrolló ordenadamente las actividades docentes.

E. Logró comunicarse efectivamente con el participante.

F. Indicó claramente la relación entre los temas del curso.

G. Motivó la búsqueda activa de conocimiento.

H. Estimuló la participación del participante en el proceso de aprendizaje.
I. Desempeño global del profesor.

Plenarias

Asigne un valor al contenido divulgativo y técnico especializado de las Plenarias. (CI=Conferencia Inaugural, P1=Plenaria N° 1, P2=Plenaria N° 2, P3=Plenaria N° 3, etc.).

Contenido divulgativo						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
CI						
P1						
P2						
P3						
P4						
P5						
P6						

Contenido técnico especializado						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
CI						
P1						
P2						
P3						
P4						
P5						
P6						

Desempeño del Comité Organizador

A. Organización EMALCA-COLOMBIA 2013.
B. La información del Comité Organizador fue completa.
C. El material de los cursos estuvo a tiempo.
D. Asigne su grado de satisfacción con respecto al desempeño global del Comité Organizador.

Desempeño del Comité Organizador						
	Puntuación					
Ítem	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**N/A**
A						
B						
C						
D						

¿Cómo se enteró de la EMALCA-COLOMBIA 2013? (Marque la o las opciones con una X)

- Por la promoción de la Universidad del Atlántico ___
- Por la página web de la UMALCA ___
- Por un profesor ___
- Por un amigo ___